3. Sperimentazione[1] sul calcolo numerico: calcolo in riga vs calcolo in colonna

Gianfranco Arrigo

The widespread use of calculating tools (calculators and computers) leads to reconsider the purpose of the teaching of calculus. In general, however, this step has not yet been achieved in primary school, in which the teaching of Arabic algorithms for writing calculus continues, without obtaining great results. The article describes the objectives of an experiment in progress, whose aim is to suggest a new way of teaching the calculus.

1. «Le calcul réfléchi»

«La diffusione generalizzata dei mezzi di calcolo strumentale (particolarmente delle calcolatrici tascabili) induce a ripensare le finalità dell'insegnamento del calcolo.

L'obiettivo prioritario rimane sempre quello che le conoscenze numeriche degli allievi siano di tipo operativo, cioè al servizio della risoluzione di problemi che, grazie all'uso della calcolatrice, possono concernere situazioni reali attinenti agli aspetti sociali o ad altri ambiti disciplinari studiati a scuola.

Oggi vi sono tre modi per calcolare: il calcolo mentale, il calcolo strumentale (utilizzo di una calcolatrice o di un computer) e il calcolo scritto[2]. Nel quotidiano, come anche nella vita lavorativa, il calcolo strumentale ha largamente sostituito il calcolo scritto. Il posto da accordare a scuola ai diversi modi di calcolare deve dunque essere ridefinito e precisato. Fra questi diversi mezzi conviene distinguere soprattutto ciò che dev'essere automatizzato da ciò che si realizza con un trattamento ragionato (calcul réfléchi)». (Éduscol, 2007)

Ritroviamo in questo testo del Ministero dell'educazione francese un punto centrale della nostra sperimentazione: «calcul réfléchi», cioè calcolo pensato, calcolo cosciente. All'opposto troviamo il calcolo mnemonico, i cui algoritmi devono essere automatizzati mediante lunghe sedute di esercitazione: un lavoro di bassa valenza formativa, per dirla con Michèle Artigue (2004).

Nell'articolo citato, la stessa autrice parla senza mezzi termini di una destabilizzazione del calcolo a scuola, che investe tutti gli ordini scolastici, dalle elementari alle superiori. Il calcolo è inteso in senso lato: sia numerico che letterale e –

1. Sono al momento impegnati nella sperimentazione insegnanti di Giulianova, Verbania e Biella e si stanno per aggiungersi insegnanti milanesi e ticinesi.
2. Nelle nostre scuole solitamente indicato con l'espressione «calcolo in colonna».

aggiungo – comprende anche la risoluzione delle equazioni, il calcolo con i radicali, quelli cosiddetti trigonometrico, esponenziale e logaritmico, per continuare con la tecnica di derivazione e di integrazione, perché l'informatica, si sa, non ha solo prodotto macchine che eseguono calcoli numerici, ma anche ottimi elaboratori simbolici.

Nel rapporto della C.R.E.M. (2007) si pone l'attenzione su tre punti particolarmente delicati quanto pericolosi che contribuiscono a formare l'immagine scorretta che il calcolo ha nella cultura in generale e particolarmente nell'insegnamento.

Prima di tutto l'immagine del calcolo diametralmente opposta a quella del ragionamento, sia sul piano delle operazioni mentali che metterebbe in azione sia nei metodi di apprendimento. Da una parte il calcolo come attività meccanica, automatizzabile, eseguibile senza alcun ricorso al ragionamento; dall'altra la risoluzione di problemi e la dimostrazione di teoremi – per lo più di geometria sintetica – considerate come il ramo nobile dell'attività matematica. Contro questa visione occorre lottare, soprattutto se si vuol porre in modo corretto il problema dell'integrazione, nella scuola, degli strumenti tecnologici del calcolo. Nel tentativo di ridefinire il rapporto tra calcolo mentale e ragionamento, gioca un ruolo privilegiato il calcolo mentale che ho ribattezzato «calcolo in riga» (Arrigo, 2000), per contrapporlo al «calcolo in colonna» e anche perché si avvale della scrittura algebrica (gerarchia delle operazioni e uso delle parentesi). Questo modo di praticare il calcolo mentale esige un continuo controllo sulle proprietà delle operazioni, permette di esaminare i diversi modi con i quali si può eseguire un determinato calcolo, favorisce la discussione mirata a evidenziare pregi e difetti delle varie soluzioni portando l'allievo a costruirsi un prezioso bagaglio tecnico, più o meno raffinato, a seconda delle capacità e degli interessi personali. Col passare del tempo, i calcoli non saranno soltanto semplici operazioni elementari concernenti due numeri, ma diventeranno espressioni numeriche. Allora la riflessione sulle proprietà e sul concatenamento delle operazioni si fa più precisa e di questo passo, già nella scuola elementare, si preparano gli allievi alla pratica degli algoritmi, che si concretizzerà poi a partire dalla scuola media (si pensi ad esempio all'apprendimento del calcolo letterale, solitamente ostico a buona parte degli studenti).

Il secondo punto delicato menzionato dal rapporto C.R.E.M. concerne l'interpretazione che si dà al rapporto tra calcolo esatto e calcolo approssimato. Anche queste due facce del calcolo, negli ambienti culturali e scolastici, sono spesso viste in opposizione, e si tende a relegare il calcolo approssimato ai soli casi nei quali non è possibile eseguire un calcolo esatto. Nella scuola solitamente si dà poca importanza al calcolo approssimato, mentre il calcolo esatto viene enfatizzato oltre ogni limite. Eppure, nella vita quotidiana, l'uomo è chiamato spesso a fare calcoli approssimati: quale prodotto è più conveniente? Quanti soldi dovrei ritirare al bancomat? Quanto riceverò di resto? Quanto deve pagare ogni commensale? Etc.

Nella nostra sperimentazione, all'inizio, tutto il calcolo è esatto. Poi, con l'introduzione della calcolatrice (in terza o al massimo in quarta) sorge la necessità di controllare il risultato della macchina. Sappiamo che i circuiti elettronici fino a un certo livello di complessità possono essere considerati infallibili, ma può sbagliare facilmente chi introduce i dati o chi dispone la sequenza di operazioni da eseguire: da qui la necessità di farsi un'idea dell'ordine di grandezza del risultato, quindi di calcolare una sua approssimazione. Ma quest'ultima fase esige di nuovo un calcolo esatto, fatto con numeri arrotondati, quindi eseguibile mentalmente (calcolo in riga). Quindi, per combattere la falsa contrapposizione calcolo esatto - calcolo approssimato, si può iniziare presto, già nella scuola elementare, a condizione di sviluppare in modo accurato le capacità di calcolare mentalmente. Così facendo si evita anche di lasciare che gli allievi diventino macchina-dipendenti, ossia individui che si fidano ciecamente della tecnologia.

Infine, sempre secondo il citato rapporto C.R.E.M., il terzo punto delicato è la concezione del rapporto tra calcolo e strumento di calcolo. Ancora oggi, dopo qualche decennio dall'introduzione della calcolatrice nella scuola[3], si sentono affermazioni del tipo «con l'introduzione della calcolatrice nelle scuole, gli allievi disimparano a calcolare». Nulla di più falso, anche la più elementare calcolatrice tascabile si rivela un ottimo stimolatore dell'apprendimento. Basterebbe vedere come i ragazzini delle elementari, calcolando mentalmente, si impegnano a gareggiare in velocità con la calcolatrice su calcoli a loro favorevoli, del tipo:

$37 + 348 + 63$

(basta vedere che $37+63=100$…)

$8 \cdot 79 \cdot 125$

(basta vedere che $8 \cdot 125= 1000$…)

La conoscenza e la capacità di applicare queste ed altre situazioni nel calcolo approssimato è un importante obiettivo della nostra sperimentazione.

Inoltre, proprio la presenza di questo potente strumento di calcolo permette molte possibilità didattiche, assolutamente impensabili in precedenza. Prima dell'introduzione della calcolatrice, i problemi scolastici erano forzatamente «addomesticati» sia nell'espressione numerica che nel numero dei dati. Ciò contribuiva a rafforzare la convinzione degli allievi che i problemi che s'incontrano nella vita di tutti i giorni sono ben diversi da quelli che si affrontano a matematica, dunque che a matematica – e in generale nella scuola – si è costretti a imparare cose che non servono nella vita reale. L'apertura della scuola verso il calcolo strumentale – calcolatrice, foglio elettronico, speciali software disciplinari, etc. – permette finalmente di affrontare problemi reali con dati reali.

Aggiungo che certi comandi tipici della calcolatrice possono stimolare gli allievi ad appropriarsi di conoscenze matematiche molto più presto del solito. Ad esempio, la presenza dei tasti «x^2», «x^3», «$\sqrt{x}$», «1/x», «x!» può aprire nuovi orizzonti già agli allievi delle elementari. Come insegnanti non dobbiamo temere di scombussolare i programmi consentendo simili aperture e non dobbiamo assolutamente rispondere alle curiosità della classe: «questo lo vedrete più tardi!».

2. Confronto tra due modi di fare i calcoli

Nel paragrafo precedente ho presentato le grandi linee di alcuni documenti esterni per sottolineare il fatto che la sperimentrazione che stiamo sviluppando

3. In questo caso mi riferisco all'introduzione della calcolatrice nella scuola media ticinese, che data 10 novembre 1981.

risponde a reali necessità sentite non solo nel nostro piccolo mondo.

A questo punto ripresento sinteticamente i principi sui quali basiamo l'apprendimento del calcolo nella scuola elementare[4]:

1. Calcoli semplici e stima di risultati si eseguono usando la propria mente (calcolo mentale e scrittura matematica in riga).
2. Calcoli complicati e sequenze complesse di calcoli si fanno a macchina.
3. Il calcolo scritto (l'insieme degli algoritmi arabici o calcoli in colonna) non dovrebbe più far parte dei programmi, ma, se proprio non se ne vuole fare a meno, lo si può mantenere, inserito però in un contesto storico e convenientemente ridimensionato.

Nel settore scolastico primario, nel quale stiamo sperimentando questo diverso modo di interpretare il calcolo a scuola, osserviamo da una parte il piacere e la voglia di sempre migliorare espresse spontaneamente dagli allievi e dall'altra la perplessità degli adulti che sono stati educati in modo tradizionale, in particolare di insegnanti e genitori. Mentre sui primi, trattandosi di professionisti, sembra relativamente facile intervenire (per esempio servendosi dei canali della formazione continua), sui genitori è molto più difficile. Devo però dire che, nelle poche occasioni che si sono presentate di parlare direttamente agli adulti, alla fine ho ottenuto una totale adesione al progetto, in taluni casi anche accompagnata da palese entusiasmo.

Vorrei ora presentare un confronto tra i due modi di interpretare il calcolo a scuola: il nostro e quello tradizionale.

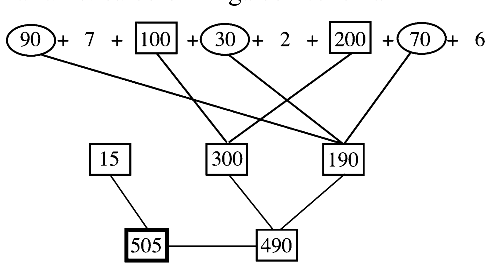
2.1. Confronto sull'addizione

Vogliamo calcolare la somma seguente: 97 + 132 + 276

Calcolo in riga:

90 + 7 + 100 + 30 + 2 + 200 + 70 + 6 = 300 + (70 + 30 + 90) + (7 + 2 + 6) = 490 + 15 = 505

Variante: calcolo in riga con schema



= 300 + 190 + 15 = 490 + 15 = 505

4. È importante sapere che nel manuale *Atolli matematici 1*, dedicato alla prima media si riprende e si porta a compimento l'apprendimento del calcolo numerico, seguendo gli stessi principi che stiamo enunciando, nel segno della continuità didattica.

Calcolo in colonna:

$$\begin{array}{rrr} 2 & 1 & \\ & 9 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 6 \\ \hline 5 & 0 & 5 \end{array}$$

«Sette più due, nove, più sei, quindici, scrivo cinque e porto uno;
uno più nove, dieci, più tre, tredici, più sette, venti, scrivo zero e porto due;
due più uno, tre, più due, cinque;
risultato: cinquecentocinque»

Commento

Nel calcolo in riga l'allievo gioca con le scomposizioni di un numero e con le proprietà dell'addizione che qui si riducono, per i matematici, a commutativa e associativa. Per gli allievi, la combinazione di queste due proprietà (che non è necessario conoscere singolarmente) vuole semplicemente significare che per calcolare una somma di più addendi si può iniziare da dove si vuole e procedere nell'ordine desiderato. Occorre solo fare attenzione che ogni addendo venga preso una sola volta. La scomposizione mostrata è la più elementare e consiste nel separare le centinaiai dalle decine e dalle unità; nella ricomposizione invece si possono mettere in atto le varie strategie dell'addizione. Ciò che appare evidente è che il procedimento richiede una continua regolazione da parte della mente e le strategie impiegate possono variare a dipendenza della situazione o delle capacità dei singoli.

Nel calcolo in colonna, la mente deve «recitare» il testo scritto accanto alla rappresentazione numerica. Per eseguirlo correttamente e in tempo utile occorre procedere con un certo ritmo, memorizzare (o scrivere) i riporti che non vanno in seguito dimenticati. La mente è completamente impegnata nel seguire la catena di addizioni e non ha la possibilità né di «vedere» la struttura matematica sottostante (cioè di regolare il procedimento), né di mettere in atto strategie personali.

2.2. Confronto sulla sottrazione

Vogliamo eseguire la seguente sottrazione: 531 – 74

Calcolo in riga:

531 – 74 = (531 – 70) – 4 = 461 – 4 = 457

Variante: dal sottraendo al minuendo con percorso a frecce (operatori additivi):

$$74 \xrightarrow{+6} 80 \xrightarrow{+20} 100 \xrightarrow{+400} 500 \xrightarrow{+31} 531$$

531 – 74 = 6 + 20 + 400 + 31 = 457

Calcolo in colonna:

$$\begin{array}{r} \cancel{5}\;\cancel{3}\;1 \\ 7\;4 \\ \hline 4\;5\;7 \end{array}$$

«uno meno quattro non si può, prendo a prestito dieci, undici meno quattro fa sette;
il tre è diventato due, due meno sette non si può, prendo a prestito dieci, dodici meno sette fa cinque;
il cinque è diventato quattro, quattro meno zero fa quattro;
risultato quattrocentocinquantasette»

Commento

Nel calcolo in riga l'allievo più abile usa la scrittura algebrica e se la cava con due passaggi, usa bene le parentesi e scompone a suo gradimento il sottraendo. Quello meno capace può benissimo usare la variante, cioè il metodo inverso, molto usato per esempio quando nella compravendita si deve dare il resto a qualcuno che ha pagato con una banconota. Questo metodo fa capo a un percorso frecciato che parte dal sottraendo per giungere al minuendo. La sua singolarità consiste nel fatto che l'allievo esegue una successione di addizioni che può scegliere a seconda delle proprie capacità e non esegue alcuna sottrazione. Inutile dire che si presta particolarmente per gli allievi in difficoltà.

La sequenza recitata del calcolo in colonna appare ancor più difficoltosa di quella dell'addizione. Inoltre c'è la delicata faccenda del prestito. Nella prima riga si prende veramente «a prestito» il numero 10, ma nella seconda, quale allievo si rende conto che prende a prestito 10 decine, cioè un centinaio e che non esegue 12–7, bensì 120–70?

2.3. Confronto sulla moltiplicazione

Vogliamo eseguire la seguente moltiplicazione: 552 x 97

	500	50	2
90	45000	4500	180
7	3500	350	14

552 x 97 = 45’000 + (4500 + 3500) + (350 + 180) + 14 =
= 45’000 + 8000 + 530 + 14 = 53’530 + 14 = 53’544

Calcolo in colonna:

$$
\begin{array}{r}
5\;5\;2 \\
9\;7 \\
\hline
3\;8\;6\;4 \\
4\;9\;6\;8\;- \\
\hline
5\;3\;5\;4\;4
\end{array}
$$

«sette per due, quattordici, scrivo quattro e porto uno, sette per cinque, trentacinque, più uno, trentasei, scrivo sei e porto tre, sette per cinque, trentacinque, più tre, trentotto, lo scrivo per intero;
metto un trattino sotto al quattro e mi sposto a sinistra, nove per due, diciotto, scrivo otto e porto uno, nove per cinque quarantacinque, più uno, quarantasei, scrivo sei e porto quattro, nove per cinque quarantacinque, più quattro, quarantanove, lo scrivo per intero;
[segue l'esecuzione dell'addizione in colonna che tralascio]
risultato: cinquantatremilacinquecentoquarantaquattro»

Commento

Il metodo della tabella ha molti pregi. Prima di tutto, di nuovo, l'allievo scompone i due fattori in unità-decine-centinaia; poi può completare le caselle rimanenti eseguendo mentalmente moltiplicazioni che sa fare perché ha imparato le tabelline (condizione essenziale anche per il calcolo in colonna) e ha imparato come moltiplicare multipli di dieci. Può iniziare dove vuole e continuare come vuole. Non ha alcun assillo di ricordare i riporti: qui non se ne parla. Quando la tabella è completata, l'allievo deve addizionare i numeri interni della tabella: di nuovo questa operazione la può eseguire iniziando da dove vuole e continuando come vuole, facendo solo attenzione a prendere tutti gli addendi una sola volta. Ma questo lo ha imparato in precedenza, eseguendo addizioni. Aggiungo che una tabella analoga potrebbe essere usata anche più tardi, nelle scuole successive, quando gli allievi devono imparare a moltiplicare polinomi.

L'esecuzione in colonna racchiude tutte le difficoltà di questo metodo, ossia, non è permessa nessuna scelta sul come procedere, vi è la necessità di ricordare i riporti mentre si calcola mentalmente un nuovo prodotto e infine si deve mettere un trattino, senza ben sapere il perché. Come può un allievo in difficoltà portare a termine correttamente una tale sequenza di azioni? Contrariamente a quanto taluni pensano, il calcolo in colonna è un modo di calcolare per allievi capaci; chi ha difficoltà generali di apprendimento può trovare nel calcolo in riga con l'ausilio della tabella un modo di fare molto più facile, senza misteri e che sarà sicuramente utile anche negli anni successivi.

2.4. Confronto sulla divisione

Vogliamo eseguire la seguente divisione: 2632 : 56

Calcolo in riga con il percorso frecciato (o catena di operatori):

$$56 \xrightarrow{x\ 20} 1120 \xrightarrow{+\ 56\ x\ 20} 2240 \xrightarrow{+\ 56\ x\ 5} 2520 \xrightarrow{+\ 56\ x\ 2} 2632$$

2632 : 56 = 20 + 20 + 5 + 2 = 47

Calcolo in colonna:

2 6 3 2	5 6
2 2 4	4 7
0 3 9 2	
3 9 2	
0 0 0	

«Considero il numero formato dalle prime tre cifre e cerco di capire quante volte il cinquantasei sta in duecentosessantatre, quattro volte;
eseguo la moltiplicazione di cinquantasei per quattro incolonnando il prodotto sotto il duecentosessantatre;
eseguo la sottrazione duecentosessantatre meno duecentoventiquattro, ottengo trentanove;
abbasso il due e ottengo trecentonovantadue;
cerco di capire quante volte il cinquantasei sta in trecentonovantadue, sette volte;
eseguo la moltiplicazione di cinquantasei per sette incolonnando il prodotto sotto il trecentonovantadue;
eseguo la sottrazione trecentonovantadue meno trecentonovantadue, ottengo zero;
risultato: quarantasette»

Commento

È quasi incredibile che per decenni a scuola si sia continuato a credere – e a pretendere – che gli allievi non particolarmente abili nell'apprendere debbano alla fine riuscire ad eseguire una divisione in colonna, dopo lunghi, estenuanti, talvolta deludenti e mortificanti esercizi.

Se consideriamo l'esecuzione della divisione con il metodo del percorso frecciato e con la relativa scrittura in riga, balza evidente il minore livello di difficoltà. Con questo metodo ci si avvicina al dividendo, partendo dal divisore. Le sottrazioni successive, alle quali concettualmente si rifa la divisione, sono trasformate in addizioni successive (grazie alla relazione di simmetria esistente tra l'operatore sottrattivo e quello additivo), quindi in un'operazione molto più facile.

Dopo aver detto che la divisione è sicuramente l'operazione più difficile da eseguire – che la si esegua in riga o in colonna – non possiamo sottacere la grande complicazione che la divisione in colonna comporta. Si guardi anche solo l'esempio precedente. Molti sono i passaggi che un allievo non particolarmente capace non è in grado di spiegare:

– perché all'inizio si considera solo il numero composto dalle prime tre cifre;
– perché si deve moltiplicare ed eseguire la sottrazione
– perché si deve allineare a sinistra il risultato della sottrazione;
– perché si deve «abbassare» il 2;
– perché il risultato è proprio quello.

Questo fatto è più serio di quanto si pensi. Contribuisce in grande misura a formare nella mente dell'allievo l'idea, purtroppo molto diffusa, secondo la quale la matematica è una disciplina difficile, dominio di pochi eletti, che non lascia spazio alla creatività, che, se non si fa parte della ristretta cerchia dei forti, si è obbligati a imparare a memoria.

Ho esagerato? Si può sempre effettuare una prova: chiedere a un adulto di eseguire una semplice divisione, sul tipo di quella appena considerata, e poi porgli le domande elencate.

Diversa è la situazione se si segue la metodologia che stiamo sperimentando. Con il calcolo in riga, all'occorrenza sorretto da schematizzazioni grafiche, ogni passo è esplicito e consente all'allievo di rendersi conto del perché lo si compie e di controllarne la correttezza. È doveroso aggiungere che il calcolo in riga concede molta libertà all'allievo. I forti possono raggiungere livelli di competenza elevati, come sempre – mi si dirà –, certamente, ma avranno, a livelli diversi, una preparazione molto più idonea per la continuazione degli studi. Gli altri, anche se non raggiungeranno queste mete, avranno sempre acquisito una capacità di calcolare cosciente, duratura ed estendibile agli ambiti previsti dai programmi delle scuole successive.

3. Nota finale

Sarebbe troppo facile per me riportare, come conclusione, i pareri entusiastici degli allievi e la soddisfazione degli insegnanti, anche di coloro che all'inizio non hanno nascosto qualche perplessità o hanno incontrato momenti di difficoltà, più che giustificati quando si vuole cambiare il proprio modo di insegnare. Si potrebbe tirare in ballo il famoso «effetto Far West», secondo il quale ogni sperimentazione scolastica fatta su principi che si condividono riesce sempre.

Nessuno però potrà contestare che la scuola del XXI secolo debba smettere di insegnare gli algoritmi arabici (cioè il calcolo in colonna) introdotti alle nostre latitudini, nel XIII secolo, dal buon Leonardo Pisano, detto Fibonacci, in un mondo nel quale 17 si scriveva XVII e quando per calcolare ci si doveva rivolgere agli abacisti, i soli ad essere in grado di eseguire le quattro operazioni. Ne è passato di tempo e da allora si sono susseguite diverse rivoluzioni del modo di calcolare. Chi usava i numeri professionalmente, agli algoritmi arabici ha preferito dapprima i righelli di Nepero, poi le macchine calcolatrici meccaniche, più avanti il calcolo con le tavole dei logaritmi e con i suoi strumenti derivati (le tavole logaritmico-trigonometriche e il regolo calcolatore). Tutte cose queste usate da una minoranza elitaria. L'uomo comune ha continuato a usare gli algoritmi arabici. Il passo decisivo è avvenuto negli ultimi decenni del secolo scorso e lo possiamo identificare con la comparsa degli strumenti elettronici a basso costo; prima le calcolatrici tascabili, poi i personal computer. Da allora in tutte le famiglie e in tutti i posti di lavoro è entrata la calcolatrice: basta con le lunghe sedute di addizioni e sottrazioni in colonna per far quadrare i conti, basta con le divisioni in colonna per calcolare rapporti. Poco dopo, ecco il computer da tavolo, dapprima scomodo da usare e quindi dominio di pochi, ma, con l'introduzione dell'interfaccia grafica, arriva il computer per tutti, che diventa anche portatile, sempre più leggero, sempre più sottile, sempre più performante e sempre meno costoso. Dopo di che, si è aperta l'era internet, dalle enormi potenzialità.

E la scuola? Occorre distinguere: le scuole superiori hanno colto al volo la possibilità offerta dalla calcolatrice tascabile, che, per esempio, rendeva del tutto inutile continuare a insegnare il calcolo numerico eseguito con i logaritmi. In seguito queste scuole si sono abbastanza presto dotate di aule di informatica, spinte dalla necessità, visto il diffondersi di queste tecnologie nella società.

Diversa è stata la reazione della scuola dell'obbligo. Di fronte alla calcolatrice, gli insegnanti si sono raggruppati in tre grandi categorie:

- chi ha proibito l'entrata della calcolatrice in aula;
- chi ha tollerato la presenza della calcolatrice senza cambiare nulla al proprio insegnamento;
- chi ha capito la grande occasione offerta per cambiare e integrare il nuovo strumento di calcolo nel proprio insegnamento.

Nella nostra scuola media, l'uso della calcolatrice è contemplato dai documenti programmatici e, per esempio, la collana di manuali *Atolli matematici* propone, oltre a un insegnamento di base sull'uso corretto della calcolatrice, molte attività da eseguire sia con la calcolatrice sia con il computer. L'impressione generale, però, è che in classe non si sia ancora riusciti a realizzare una vera e generalizzata integrazione delle nuove tecnologie nell'insegnamento.

E nella scuola elementare? A parte lodevoli eccezioni rese possibili dall'abnegazione di pochi insegnanti, si continua a insegnare il calcolo in colonna e ad assegnare problemi con dati «addomesticati». La calcolatrice è relegata a stampella per chi non sa eseguire i calcoli in colonna, il computer in classe generalmente non c'è.

La sperimentazione relativa al cosiddetto «calcolo in riga» ha fra i suoi obiettivi quello di insegnare all'allievo della scuola elementare ad usare correttamente la calcolatrice e, dove è possibile, anche il computer, segnatamente il foglio elettronico che è una grande palestra per l'apprendimento del calcolo.

La grande speranza è anche quella di riuscire a eliminare l'insegnamento del calcolo in colonna, che non ha veramente più senso di essere e che, per di più, occupa un numero considerevole di ore-lezione, senza che si ricavino grandi risultati né di tipo formativo né di tipo utilitaristico.

Come mai, allora, si giunge solo ora a porre questo importante interrogativo?

Domanda pertinente, risposta difficile da dare. Autorevoli firme della didattica della matematica riconoscono che il problema esiste, che è serio e che non è ancora stato risolto. Noi non abbiamo la presunzione di essere vicini alla soluzione, né credo che vi sia una sola soluzione. Dalla nostra sperimentazione potrebbero però uscire risultati significativi tali da aprire la strada a una possibile sistemazione dell'insegnamento del calcolo nella scuola elementare. Non sarà una sistemazione definitiva, ma almeno un primo passo verso un'interpretazione più ragionevole per il bene degli allievi, di tutti, indipendentemente dalle diverse capacità di apprendere.

Bibliografia

Éduscol (2007). *Documents d'application des programmes, Mathématiques cycle 3.* Edito dal Ministero dell'educazione nazionale francese. Scaricabile da http://www.cndp.fr/ecole/.

C.R.E.M. (2007). *Rapport d'étape sur le calcul*. Scaricabile da Internet.

Kahane J.-P. (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques*. Parigi: Edizioni Odile Jacob.

Artigue M. (2004). *L'enseignement du calcul aujourd'hui: problèmes, défis et perspectives*. Repère IREM nr. 54, pp. 23-29.

Arrigo G. (2000). Il calcolo a scuola, ovvero: l'inizio di un cambiamento epocale. *Bollettino dei docenti di matematica, 40*. Bellinzona: UIM-CDC